

# Kendinden İtmeli Parçacık Sistemlerinde Üç Farklı Ortak Yön Bulma Stratejisi: Bölüm 1 - Eş-Zamanlı Model \*

Andaç Töre Şamiloğlu<sup>1,2,3</sup>, Veysel Gazi<sup>2</sup>, A. Buğra Koku<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Makine Mühendisliği Bölümü, Başkent Üniversitesi, Ankara

<sup>2</sup>Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü, TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi, Ankara

<sup>3</sup>Makine Mühendisliği Bölümü, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara

{andacsam@baskent.edu.tr, vgazi@etu.edu.tr, kbugra@metu.edu.tr}

## Özetçe

Bu çalışmada, çok-erkinli/parçacık sistemlerinde ortak yön belirlemek için kullanılan üç farklı strateji değişik koşullar altında kıyaslanmıştır. Çok-erkinli sistemlerin davranışları eş-zamanlı modellerle (i) sınırlı veya sınırsız çevreler, (ii) dönme kısıtlı veya kısıtsız özelliklerinin tüm kombinasyonlarında incelenmiştir. Bütün parçacıkların -erkinlerin- eşit ve sabit hızlarda hareket ettikleri ve yönlerini belirtilen üç stratejiden birine göre güncelledikleri varsayılmıştır. Bu stratejilerde benzetimler yapılmış ve gruplanma performanslarına olan etkileri incelenmiştir.

## 1. Giriş

Son yıllarda, balık, koyun, kuş, bakteri, termit, karınca gibi hayvan sürüleri ve yayalar gibi kolektif hareket sergileyen organizmalar birçok biyolog, fizikçi ve hatta mühendis tarafından incelenmektedir. Göreceli olarak basit olan bireylerin sadece kendi çevreleriyle etkileşerek koordine davranışlar sergilemeleri ortaya karmaşık, modellenmesi ve incelemesi zor davranışlar çıkarmaktadır. Doğa ilimlerinden bazıları ve teorik biyoloji bu karmaşık davranışlardan elde edilebilecek bazı ilkelerden faydalanabilirler.

Kuşlardaki toplanma davranışlarının benzetimlerini yapan ilk çalışma olarak Reynolds'un 1987'de yaptığı [1], BOIDS olarak isimlendirilen program gösterilebilir. Kendinden itmeli parçacıkların sabit hızlarla hareket ettiği Reynolds'un modeline benzer bir model üzerine çalışmayı da Vicsek ve arkadaşları yapmıştır [2]. Czirik ve arkadaşları [3] klasik kritik olağanüstülük iskeleti kullanarak kendinden itmeli parçacıkların dengeden çok uzak sistemini açıklayabileceklerini göstermişlerdir. Yazarların analizleri bu sistemlerin benzer denge sistemlerine kıyasla yeni özelliklerini ortaya koymaktadır. Diğer bir çalışmada [4] ise bu sistemlerin ölçeklenme davranışlarına gürültü ve büyüklüklerin etkisini açıklayan bazı teorik yaklaşımları ve büyük boyuttaki benzetim sonuçlarını göstermişlerdir. [5]'daki çalışmada da yazarlar bakterilerin kolektif hareketlerine genel bir görüngüsel model oturtmuşlardır. Yazarların yaptığı bir diğer çalışmada da [6] kendinden itmeli parçacıkların tek boyutta spontane simetri kırışları ve kendiliğinden organize oluşlarından bahsedilmektedir. Simetri kırma durumları üzerine yeni bir süreklilik teorisi türetmişlerdir. [7], dalgalanmalar altında organizmaların kolektif hareketi üzerine bir çalışmadır. Sınırlı bir gürültü se-

viyesinde parçacıkların düzensiz hareketten düzenli harekete geçiş yaptıklarını ve yayaların modelinde şeritlere ayrılarak bir çeşit kristal yapı oluşturduklarını göstermişlerdir. Basit etkileşim kurallarını kullanan kendinden itmeli parçacıkların ayrık zaman modellenmesi [8]'de yapılmıştır. Yazarlar, modelin tek ve iki boyutta kendiliğinden örgütlendiği ve tutarlı yerel çözümler sergileyebildiğini göstermişlerdir.

Vicsek'in modelinden ([10]) hareketle sadece basit yerel komşuluk kurallarını kullanarak koordine olan hareketli robotlardan oluşan sistemlerin dinamikleri üzerine analizlerin yapıldığı bir çalışma da Savkin'in 2004'deki çalışmasıdır [9]. Yazar, bazı varsayımlar altında bütün robotların yönlerinin sonunda aynı olacağını göstermiştir. Benzer analizleri Jadbabaie ve arkadaşları hem ayrık hem sürekli zamanda modeller ve liderli ve lidersiz durumlar üzerine çalışmışlardır [11]. Yazarlar, belli bağlantı durumlarında erkinlerin aynı yönde buluştuklarını göstermişler ve bir anlamda Vicsek'in modelinin gürültü katılmamış ve pozisyon dinamikleri göz önüne alınmamış hali için teorik bir açıklama getirmişlerdir. Daha sonra bu çalışmalarda sonuçlar Moreau [12] ve ayrı olarak Ren ve Beard [13] tarafından genel sistemler için genişletilmiştir.

Kontrol teorileri kullanarak toplanma davranışlarının incelendiği ilk çalışmalar Tanner ve arkadaşları tarafından yapılmıştır [14, 15, 16]. Bu çalışmalarda erkinler noktasal kütleli varsayılmış ve [16]'da dönme kısıtlı erkinlerin sürekli zaman dinamikleri incelenmiştir. Bunun yanı sıra, son zamanlarda yapılan çalışmalardan biri olan [17]'de Olfati-Saber, noktasal kütleli erkinlerin kümelenmesinin analiz ve tasarımına Reynolds'un kurallarını da dahil ederek teorik bir çatı oluşturmuştur.

Doğada ve robot uygulamalarında otonom erkinler çoğunlukla eş-olmayan zamanlamayla çalışırlar. Bu nedenle eş-zamansız modeller daha gerçekçi ve uygulanabilir. Eş-zamansız modeller üzerine yapılan iki çalışmaya [18, 19]dan ulaşılabilmektedir.

Bu makalede Vicsek'in modelini [10] -gürültü eklenmemiş olarak- temel aldık. Erkinlerin ortak yönde toplanması için gerekli 3 farklı yön belirleme kuralı üzerine çalıştık ve elde ettiğimiz benzetim sonuçlarını kıyasladık. Dahası, erkinlerdeki maksimum dönme kısıtlarının ve sürünün hareket ettiği alanın sınırlı olduğu ve olmadığı durumları kıyasladık. Erkinlerdeki rasgele ilk pozisyon ve yön özelliklerinin özel durumlar ortaya çıkarmaması için çok sayıda farklı ilk durum özellikleri olan benzetimler yaptık.

## 2. Üst Seviye Dinamikler

Vicsek'in modeline [10] benzer olarak kendinden itmeli  $n$  tane parçacığın oluşturduğu çok-erkinli sistemde parçacıklar

\* Bu çalışma TÜBİTAK (Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu) tarafından 104E170 sayılı proje kapsamında ve Avrupa Komisyonu tarafından 045269 sözleşme numaralı 6. Çerçeve Programı özel amaçlı araştırma projesi kapsamında desteklenmiştir.

aşağıdaki dinamiklere uymaktadır

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v \cos(\theta_i(t+1)) \quad (1)$$

$$y_i(t+1) = y_i(t) + v \sin(\theta_i(t+1)) \quad i = 1, \dots, n \quad (2)$$

burada  $x_i(t), y_i(t) \in \mathbb{R}$  erkin  $i$ 'nin,  $t$  anında kartezyen koordinatlarda pozisyonlarını ve  $\theta_i(t) \in \mathbb{R}$  yönünü belirtmektedir. Erkinlerin hızlarının  $v$ , sabit ve eşit olduğu varsayılmıştır. Bir başka deyişle bütün erkinler aynı sabit hızda muhtemelen farklı yönlerde hareket etmektedirler. Erkinlerin görme/algılama kapasitelerinin sınırlı olduğu varsayılmıştır. Yani her erkin aynı sabit  $\delta$  uzaklığını görebilmekte ve sonuç olarak merkezleri kendi pozisyonları olan  $\delta$  yarıçaplı çember içindeki diğer erkinlerin -komşularının- bilgilerine ulaşabilmektedir. Eş-zamanlı modelde erkinlerin bir sonraki yönlerini, kendi ve komşularının şimdiki yönlerine göre belirledikleri varsayılmıştır. Bu bilgileri kullanarak 3 farklı yön belirleme stratejisi uygulanacaktır.

Dikkat edilirse bu çalışmadaki eş-zamanlı modellerde bütün erkinler komşularının kusursuz ve doğru zamanlı yön bilgisine sahiptir ve yön güncellemelerini düzenli olarak diğer bütün erkinlerle aynı anda yapmaktadır.

Diyeelim ki

$$N_i(t) = \{j : |j \neq i, (x_i(t) - x_j(t))^2 + (y_i(t) - y_j(t))^2 \leq \delta^2\}$$

$i$ 'nci erkinin,  $t$  anındaki komşularının kümesi olsun ve  $|N_i(t)|$  bu kümenin eleman sayısını ifade ediyor olsun. İlerleyen bölümde farklı yön belirleme stratejileri anlatılacaktır.

### 3. Yön Belirleme Stratejileri

#### 3.1. Strateji 1 (Ortalama)

Bu yöntem komşu erkinlerin yönlerinin ortalamasını alma üzerine kuruludur. Erkin  $i$ 'nin  $t+1$ 'deki yönü aşağıdaki eşitlikle bulunabilir

$$\theta_i(t+1) = \frac{1}{1 + |N_i(t)|} \left( \theta_i(t) + \sum_{j \in N_i(t)} \theta_j(t) \right) \quad (3)$$

Erkin  $i$ ,  $t$  anında erkin  $j$ 'nin yön bilgisi olarak  $\theta_j(t)$ 'yi almaktadır. Bu stratejinin en önemli eksiği bazı özel durumlarda mantıklı olmayan sonuçlar verebilmesidir. Örneğin, iki erkinin bu stratejiyi kullandıklarını düşünelim. Birisinin yönü  $+5^\circ$  iken diğerinki  $+355^\circ$  olsun. Eşitlik (3)'ü kullandıklarında bir sonraki basamakta elde edecekleri yön  $180^\circ$ 'dir. Oysa ikisi de  $0^\circ$ 'ye dönmelidir (tam tersi yöne dönmektedirler). Bu çalışmada açılar  $0^\circ - 360^\circ$  arasında kullanılmaktadır. Eğer açı ölçülerini  $-180^\circ$  ve  $+180^\circ$  aralığında kullanmaya kalkarsak yukarıdaki sapma  $0^\circ$  etrafında değil de  $180^\circ$  etrafında tekrar edecektir.

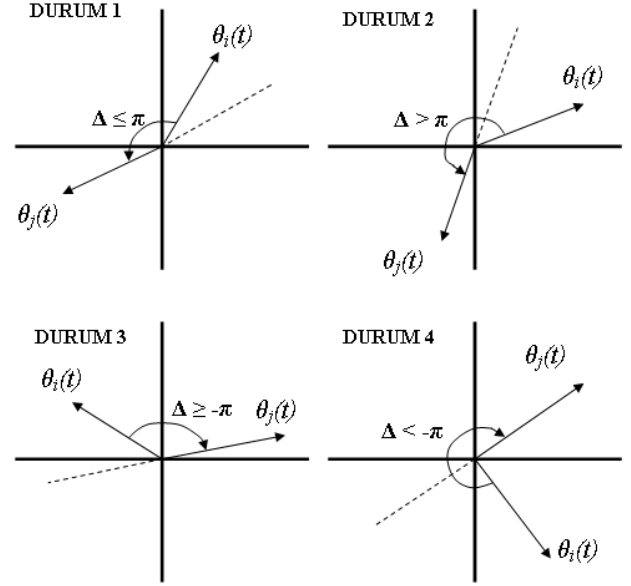
#### 3.2. Strateji 2 (Göreceli Yönler)

Bu yöntemde erkinler komşularının ve kendi yönlerinin aralarındaki açı farkını yani göreceli yönleri kullanmaktadır. Aşağıdaki eşitlik bu yön farkını bir sonraki basamakta yönlerini belirlemek için nasıl kullandıklarını göstermektedir.

$$\theta_i(t+1) = \theta_i(t) + \frac{\Theta}{1 + |N_i(t)|} \quad (4)$$

Burada  $\Theta$   $i$ 'nci erkinin komşularıyla arasındaki yön farklarının toplamını ifade etmektedir. Bir erkinin komşusuyla arasındaki açı farkı 4 farklı şekilde oluşabilir (Şekil 1). Bu nedenle açı farklarının hesabı bu 4 farklı durum için ayrı eşitliklerle yapılmaktadır.

Aşağıdaki pseudo kod  $\Theta$ 'nın hesaplanmasını göstermektedir.



Şekil 1: Bir erkinin komşusuyla arasındaki açı farkı 4 farklı şekilde oluşabilir.

$\Theta = 0$

FOR  $j \in N_i(t)$

$$\Delta = \theta_j(t) - \theta_i(t)$$

IF  $\Delta \leq \pi$  OR  $\Delta \geq -\pi$  (DURUM 1 OR 3)

$$\Theta = \Theta + \Delta$$

ELSE IF  $\Delta > \pi$  (DURUM 2)

$$\Theta = \Theta + \Delta - 2\pi$$

ELSE IF  $\Delta < -\pi$  (DURUM 4)

$$\Theta = \Theta + \Delta + 2\pi$$

END

END

burada  $\theta_i(t) \in [0, 2\pi) \forall i, t$ .

Eşitlik (4)'teki yöntem ilk yöntem (Eşitlik (3)) göre daha mantıklıdır çünkü bu yöntem göreceli yönler göre hesap yapmakta (bu bilgi global yön bilgisine göre elde edilmesi daha kolay bir bilgidir) ve yukarıdaki algoritma sayesinde her zaman dönme açısı olarak dar olanı seçmektedir. Fakat bu kuralda da ilk yöntemde olduğu gibi bazı simetrik durumlar oluşması halinde kararsızlık yaşanan durumlar ortaya çıkabilir. Örneğin, 3 erkinin birbirlerine tam olarak  $120^\circ$  açıyla durdukları durumda hangi yönde karar kılacakları belirlenememektedir. Ancak bu tür simetrik durumların ortaya çıkma olasılığı oldukça düşüktür.

#### 3.3. Strateji 3 (Vektörel Toplama)

Bu yöntem erkinlerin yönlerini gösteren birim vektörlerin toplamı üzerine kuruludur. Eğer  $r_i$   $i$ 'nci erkinin yönünü gösteren birim vektör olarak adlandırılırsa, aşağıdaki ifadeyle erkinlerin bir sonraki basamaktaki yönlerini belirleyebiliriz.

$$\theta_i(t+1) = a\alpha_1 \left( r_i(t) + \sum_{j \in N_i(\tau_j(t))} r_j(t) \right) \quad (5)$$

Burada  $a\alpha_1(v)$ ,  $v$  vektörünün açısını veren fonksiyondur. Uygulama sırasında  $Px$  ve  $Py$ 'nin eşitlik (5) ile hesaplanan vektörün

sırasıyla  $x$  ve  $y$  yönlerindeki parçaları olduğunu varsayarsak yeni açığı  $atan2(Py, Px)$  fonksiyonuyla hesaplayabiliriz.

Bu kuralda da önceki iki kuralda olduğu gibi bazı simetrik durumların ortaya çıkması halinde kararsızlık yaşanacaktır. Ancak, yine de ilk kurala göre daha mantıklı yönler belirleyebilmektedir. Uygulama sırasında oluşması düşük bir olasılığa sahip olsa bile simetrik durumlar için erkinler kendilerine rasgele bir yön belirleyebilecek şekilde programlanabilir.

#### 4. Kısıtlı Dönme Açıları

Yukarıda anlatıldığı üzere erkinler yeni yönlerini kendi ve komşularının açılarını kullanarak hesaplamaktadır. Erkinlerin hesaplanan yönlere anlık dönüşler yapabilmeleri pratikte zor uygulanan bir olaydır ancak bir çok çalışmada bu varsayım kullanılmaktadır. Bu nedenle bu bölümde erkinlerin fiziksel ya da mekanik kısıtlar yüzünden dönme açılarının sınırlı olduğu bir model geliştirilecektir. Aşağıdaki eşitlikte bu kısıtlar kullanılarak erkin dinamiği tekrar oluşturulmuştur.

$$\theta_i(t+1) = \theta_i(t) + \min(abs(\phi_i(t)), \alpha) \times \text{sign}(\phi_i(t)), \quad (6)$$

Burada  $\alpha$  bir erkinin her bir zaman basamağında dönebileceği maksimum açıdır.  $\phi_i(t)$  ise erkinin dönmesi istenen/hesaplanan açıdır. Eşitlik (6)'ya göre  $i$ 'nci erkin en fazla  $\alpha$  kadar  $\phi_i(t)$  yönünde (saat ya da saatin tersi yönde) dönebilir. Dönme açısı kısıdını kullanmak için gerekli olan  $\phi_i(t)$  açısını hesaplamak için daha önce belirttiğimiz 3 stratejinin yön belirleme kurallarını aşağıdaki gibi düzenleyebiliriz.

Strateji 1 için

$$\phi_i(t) = \frac{1}{1 + |N_i(t)|} \left( \theta_i(t) + \sum_{j \in N_i(t)} \theta_j(t) \right) - \theta_i(t) \quad (7)$$

Strateji 2 için

$$\phi_i(t) = \frac{\Theta}{1 + |N_i(t)|} \quad (8)$$

Burada  $\Theta$  bölüm 3.2'de verilen pseudo kod ile hesaplanacaktır.

Strateji 3 için

$$\phi_i(t) = \text{angle} \left( r_i(t) + \sum_{j \in N_i(t)} r_j(t) \right) - \theta_i(t) \quad (9)$$

#### 5. Benzetim Sonuçları ve Tartışmalar

Bu bölümde yukarıda oluşturduğumuz modellerin benzetimleri yapılarak sonuçları kıyaslanmaktadır. Benzetimlerde  $n = 50$  tane erkin kullanılmıştır. Başlangıçta bütün erkinler  $100 \times 100$ 'lük bir alanda rasgele konumlandırılmıştır. Bütün erkinlerin hızları eşit ve 1 birim/basamak olarak sabittir. Simülasyonlar sınırsız arenalar için  $T = 500$  basamak boyunca, sınırlı arenalar için  $T = 1000$  basamak kadar sürdürülmüştür. Erkinlerin ilk pozisyonları ve yönleri rastgele belirlenmiş ve bütün stratejiler için aynı ilk durumlar kullanılmıştır. Benzetim sonuçları incelenirken 20 tane farklı rasgele belirlenmiş ilk durum için yapılan benzetim sonuçlarının ortalamaları ve standart sapmaları hesaplanmıştır.

Sistemlerin performanslarını ölçmek için  $e_d(t) = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \|z_i(t) - z_j(t)\|, t \geq 1$ ;  $e_\theta(t) = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \|\theta_i(t) - \theta_j(t)\|, t \geq 1$ ;  $\dot{e}_\theta(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \|\theta_i(t) - \theta_i(t-1)\|, t \geq 2$  kriterleri kullanılmıştır.

Burada  $z_i(t) = [x_i(t), y_i(t)]^T$ ,  $i$ 'nci erkinin pozisyon vektörüdür.  $e_d(t)$ , erkinler arasındaki ortalama uzaklık,  $e_\theta(t)$ , erkinler arasındaki yön farklarının ortalaması,  $\dot{e}_\theta(t)$ , erkinlerin yönlerinin zamana göre değişim oranlarının ortalaması'dır. Dördüncü performans kriteri ise toplam grup (cluster) sayısıdır. Burada grup ile anlatılmak istenen birbirlerine doğrudan ya da dolaylı olarak komşu olan erkinler topluluğudur. (Dikkat ederseniz erkinler  $i$  ve  $j$ ,  $\|z_i(t) - z_j(t)\| \leq \delta$  sağlandığı müddetçe komşudurlar).  $e_d(t)$  azaldığı sürece erkinlerin birbirlerine yaklaştıkları ve dolayısıyla grup oluşturmada daha iyi performans gösterdikleri anlaşılabılır. Grup sayısı kriteri erkin sürüsünün grup oluşturmada nasıl bir başarı gösterdiğini ifade eder. Grup sayısı azaldıkça ya da gruplardaki erkin sayısı arttıkça bu aynı yönde hareket eden erkin sayısının arttığını göstermektedir. Bu nedenle grup sayısındaki performans iyileştikçe ortak yön belirlemedeki performans da iyileşir. Bunların dışında  $e_\theta(t)$  kriteri küçüldükçe erkinlerin birbirine yakın yönlerde hareket ettiklerini ve sonuç olarak ortak yön belirlemede daha iyi olduklarını anlıyoruz. Erkinlerin yönlerinin kararlı bir hal aldığı ise  $\dot{e}_\theta(t)$  performans ölçüsündeki azalmadan anlaşılabılır.

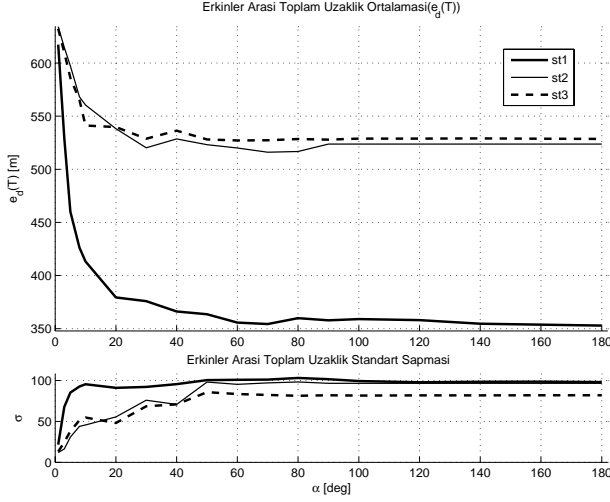
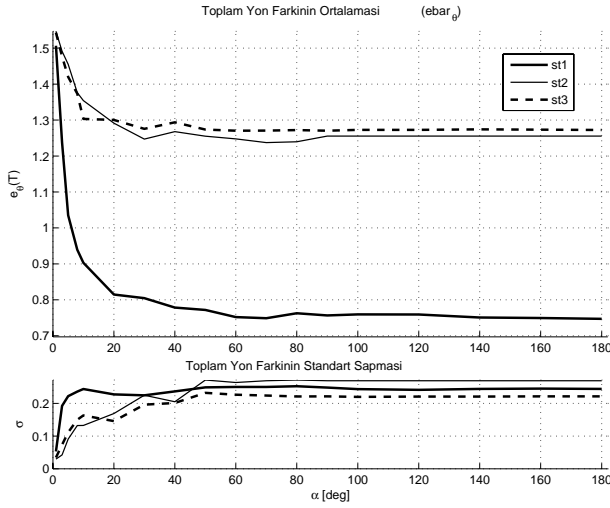
##### 5.1. $\alpha$ 'nın etkisi (sınırsız arena)

Burada erkinlerdeki dönme açısı kısıtlarının ( $\alpha$ ) ve 3 farklı yön belirleme stratejinin ortak yön belirleme üzerine etkilerini inceleyeceğiz. Bu benzetimler sırasında komşuluk yarıçapı  $\delta = 20$  birim alınmıştır.

Şekil 2 ve 3'de  $e_d(t)$  ve  $e_\theta(t)$ 'nin benzetim süreleri sonunda ( $t = T = 500$ ) erkin dönme açısı kısıtlarının farklı değerlerine göre aldıkları değerler çizdirilmiştir. Şekillerden görüldüğü gibi  $\alpha$  değeri arttıkça (yani dönme kısıtları azaldıkça) her iki  $e_d(T)$  ve  $e_\theta(T)$  değerleri her 3 strateji için azalmaktadır. Erkinler arasındaki toplam uzaklık yüksek  $\alpha$  değerleri için azalmaktadır. Bu, erkinlerdeki dönme kısıtlarının azalmasının onların daha rahat dönmesine ve doğal olarak istenilen yöne daha çabuk ulaşabilmelerine yol açtığı için beklenen bir sonuçtur. Toplam yön farkları  $e_\theta(T)$ 'nin azalması ise farklı yönlerde hareket eden erkin sayısının azaldığını ve doğal olarak aynı yönde hareket eden erkin gruplarının sayısının arttığını ifade etmektedir. Şekil 4'de grup oluşturma performansını görmekteyiz. Bütün stratejilerde dönme açısı kısıtı azaldıkça performans artmaktadır.

Şekiller 2, 3 ve 4'de ilk strateji bütün  $\alpha$  değerleri için hep en iyi performansı göstermiştir. 2. ve 3. stratejiler birbirlerine yakın performanslara sahiptir. (Bu makaledeki bütün simülasyon sonuçları grafiklerinde strateji 1 için kalın düz çizgi, strateji 2 için düz çizgi ve strateji 3 için tireli çizgi kullanılmıştır.)

Tüm erkinlerin yönlerindeki değişimlerin toplamı olan  $\dot{e}_\theta(t)$  Şekil 5, 6 ve 7'de sırasıyla 1. 2. ve 3. stratejiler için görülmektedir. Bu şekillerin üçünde de değerler  $\alpha = 1^\circ$ 'de  $\alpha = 180^\circ$ 'de olduğundan daha düşüktür çünkü dönme açısındaki kısıt arttıkça ( $\alpha$  azaldıkça) dönme açısal hızı da (yöndeki değişim miktarı) azalmaktadır. Daha önce söylediğimiz gibi düşük  $\alpha$  değerlerinde büyük grupların oluşması olasılığı düşüktür. Bu nedenle, erkinler birbirinden uzaklaşmaya devam eden daha küçük gruplarda (bu gruplardan çok sayıda var) hareketlerine devam etmektedir. Zaten bu gruplar birbirlerinin komşuluklarından çıktuktan sonra aynı yönlerde ilerledikleri için tekrar karşılaşmaları ve ortak bir grup oluşturma olasılıkları çok düşüktür (sınırsız arena). Bu nedenle bütün şekillerde bir süre geçtikten sonra  $\dot{e}_\theta(t)$  sıfıra yakınsamakta ve bir daha değişmemektedir ki bu herhangi bir erkinin yönünü değiştirmedikçe göstermektedir. Dikkat ederseniz Şekil 5'da

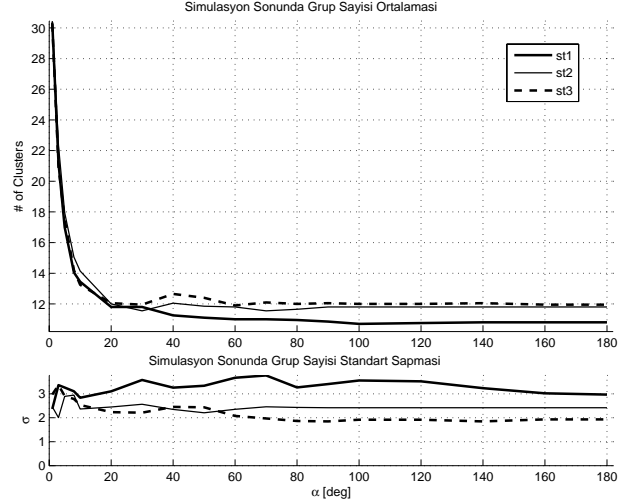
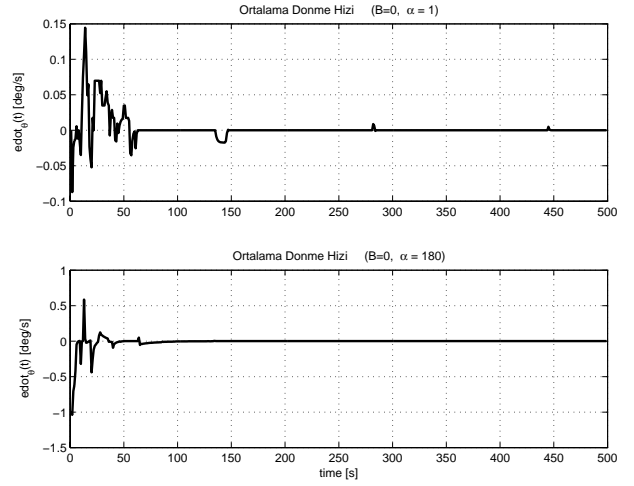
Şekil 2: Sınırsız arenada  $e_d(T)$  sonuçları.Şekil 3: Sınırsız arenada  $e_θ(T)$  sonuçları.

$\alpha = 1^\circ$  olduğu durumda 140, 270 ve 440'ıncı zaman basamakları etrafında bazı zirveler görülmektedir. Bu zirveler bazı grupların karşılaştıklarını ve ortak bir yön belirlediklerini göstermektedir.

## 5.2. $\alpha$ 'nın etkisi (sınırlı arena)

Sınırsız arena için kullandığımız bütün parametre değerleri ve ilk durumlar buradaki benzetimler için aynen kullanılmıştır. Tek fark buradaki benzetimlerde arenanın sınırlı olmasıdır. Erkinler  $100 \times 100$ 'lük bir kare alanda hareket etmektedirler. Sınırla karşılaşan erkin tıpkı ışık ışınlarının aynadan yansıması gibi sınırdan yansıyan yeni yönde hareketine devam etmektedir. İlerleyen bölümlerde eş-zamanlı ve eş-zamansız durumlar için elde edilen benzetim sonuçları sunulmaktadır.

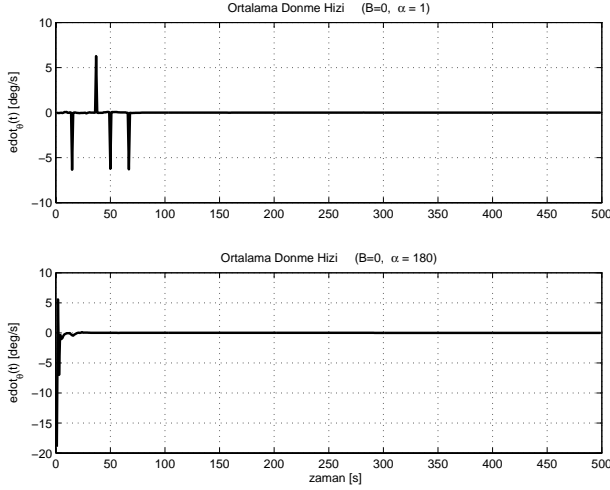
Şekil 8 ve 9'de sırasıyla  $e_d(t)$  ve  $e_θ(t)$  performans kriterlerinin sonuçları çizdirilmiştir. Daha önceki sonuçlarımıza benzer olarak  $\alpha$  değeri arttıkça  $e_d(T)$  ve  $e_θ(T)$  değerleri azalmaktadır. Grup oluşturma performanslarının çizdirildiği 10'uncü şekilde yine dönme kısıtlarındaki azalmaların sonuçları

Şekil 4: Sınırsız arenada  $t = T$  anında grup sayısı sonuçları.

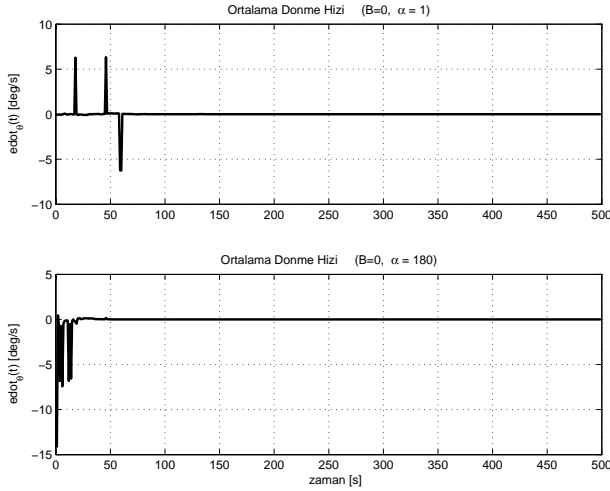
Şekil 5: Strateji 1

iyi yönde etkilediği görülmektedir. Birinci strateji önceki sonuçlarımıza benzer şekilde yine diğer stratejilerden daha iyi sonuçlar vermiştir (Şekil 8, 9 ve 10) ve yine 2. ve 3. stratejilerin sonuçları birbirine çok yakındır. Beklenildiği gibi, arena sınırlı olduğu için gruplar birbirlerinde uzaklaşamamakta ve sık sık karşılaşabilmektedir. Bu nedenle bu bölümdeki sonuçlar önceki bölüme (sınırsız arena) göre daha iyidir.

$\dot{e}_θ(t)$ 'nin 3 ayrı strateji için çizdirildiği grafikler Şekil 11, 12 ve 13'dür. Bu sonuçlar sınırlı arenadaki yön değiştirme kriterinin sınırsız arenaya göre daha yüksek değerler aldığı göstermiştir. Sınırsız arenada gruplar bir yön belirleyip o yönde sabit hareket etmektedirler. Bu grupları birbirinden uzaklaştırmakta ve karşılaşma olasılıklarını azaltmaktadır. Fakat sınırlı arenada tüm gruplar aynı alan içerisinde sınırlardan dönerek hareket ettikleri için karşılaşma ve dolayısıyla ortak yön belirleme olasılıkları yükselmektedir. Grafiklerdeki dik dalgalarda grupların sınırlardan döndüğü (doğal olarak yönlerini büyük oranda değiştirdiği) anlarda gerçekleşmektedir. Dönme kısıtlarının yüksek olduğu benzetimlerde grupların tekrar ortak bir yön belirleme süreçleri uzayabilmektedir çünkü sınırla ilk karşılaşan erkin yansıdıktan sonra



Şekil 6: Strateji 2

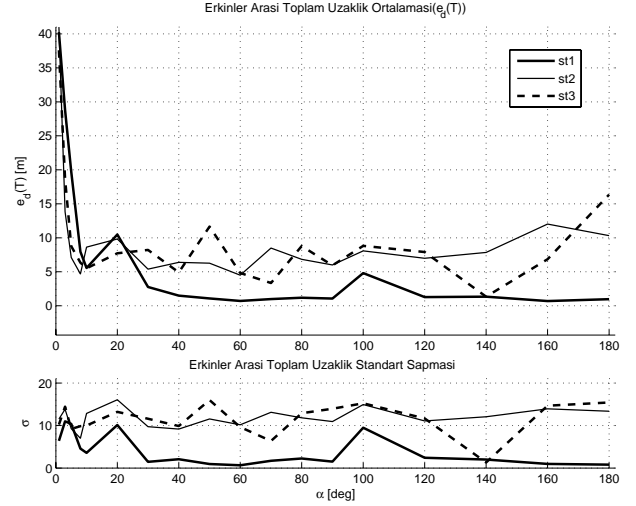


Şekil 7: Strateji 3

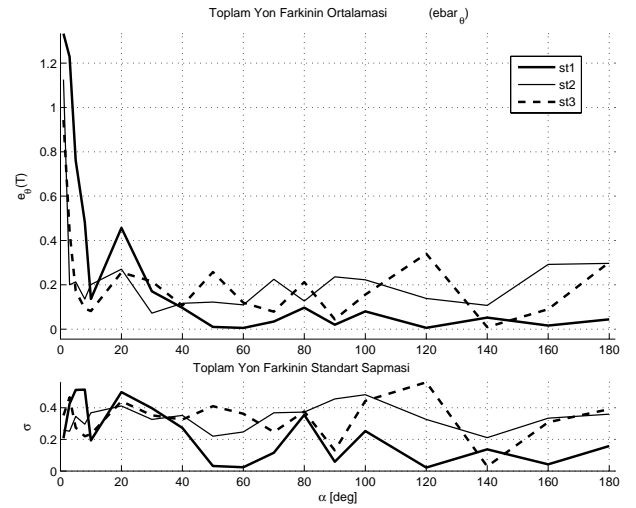
komşusu olan erkinler yeni yön hesaplarına yansıma yönü katmakta ancak yeni hesaplanan yöne tek seferde dönememektedir.

## 6. Kaynakça

- [1] Reynolds, C. W., *Flocks, Herds, and Schools: A Distributed Behavioral Model*, Comp. Graph., 1987, Cilt 21, Sayı 4, sf. 25-34
- [2] Vicsek, T., Czirok, A. ve Ben-Jacob, E. ve Cohen, I. ve Shochet, I., *Novel type of Phase Transition in a System of Self-Driven Particles*, Physical Review Letters, Cilt 75, Sayı 6, sf. 1226-1229, Ağustos 1995
- [3] Czirok, A. ve Stanley, H. E. ve Vicsek, T., *Spontaneously ordered motion of self-propelled particles*, Journal of Physics A Mathematical General, Cilt 30, sf. 1375-1385, Mart 1997
- [4] Czirok, A. ve Vicsek, T., *Collective behavior of interacting self-propelled particles*, Physica A Statistical Mechanics and its Applications, Cilt 281, sf. 17-29, Haz. 2000
- [5] Czirok, A. ve Ben-Jacob, E. ve Cohen, I. ve Vicsek, T., *Formation of complex bacterial colonies via self-generated vor-*



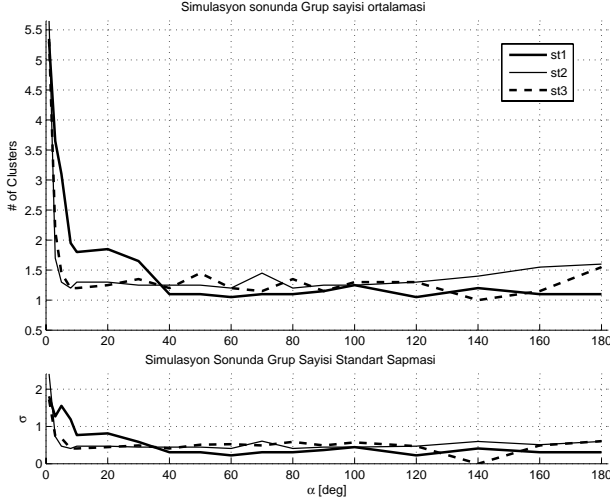
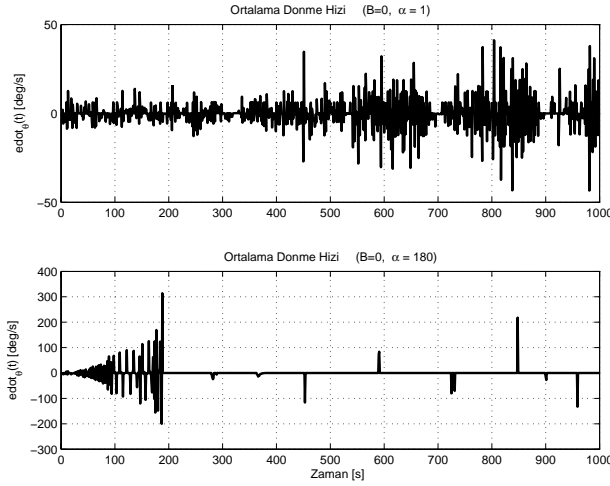
Şekil 8: Sınırlı arenada  $e_d(T)$  sonuçları.



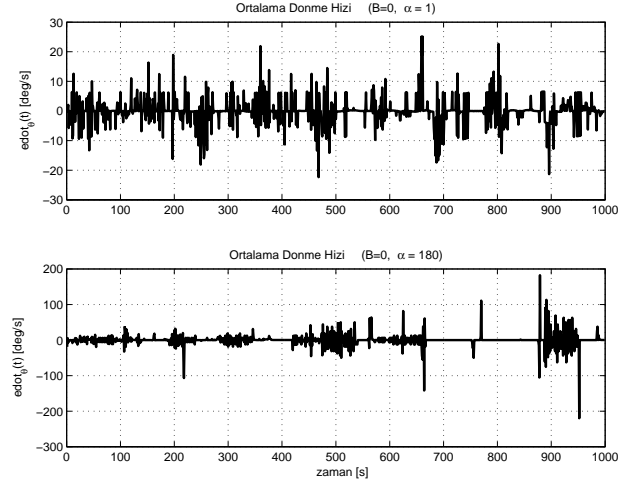
Şekil 9: Sınırlı arenada  $e_\theta(T)$  sonuçları.

tices, Physical Review E, Cilt 54, sf. 1791-1801, Ağustos 1996

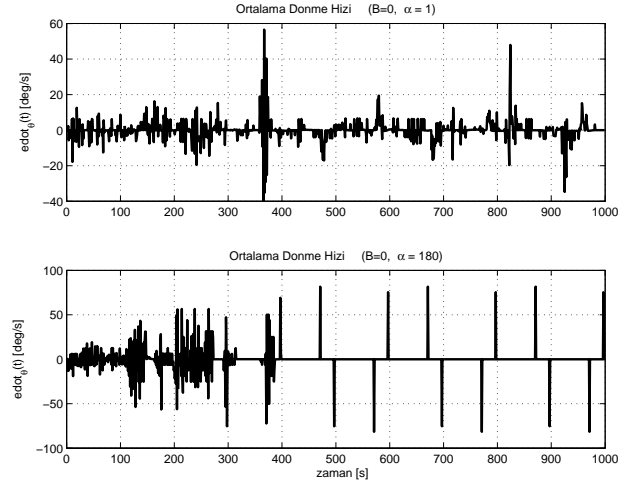
- [6] Czirok, A. ve Barabasi, A. ve Vicsek, T. *Collective Motion of Self-Propelled Particles: Kinetic Phase Transition in One Dimension*, Physical Review Letters, Cilt 82, Sayı 1, sf. 209-212, Ocak 1999
- [7] Vicsek, T., *Application of statistical mechanics to collective motion in biology*, Physica A Statistical Mechanics and its Applications, Cilt 274, sf. 182-189, Aralık 1999
- [8] Levine, H. ve Rappel, W. J. ve Cohen, I. *Self-Organization in Systems of Self-Propelled Particles*, Physical Review E, Cilt 63, Sayı 17101, sf. 1-4, Aralık 2000
- [9] Savkin, A. V., *Coordinated Collective Motion of Groups of Autonomous Mobile Robots: Analysis of Vicsek's Model*, IEEE Transactions on Automatic Control, Cilt 49, Sayı 6, sf. 981-983, Haziran 2004
- [10] Vicsek, T. ve Czirok, A. ve Ben-Jacob, E. ve Cohen, I. ve Shochet, O., *Novel Type of Phase Transition in a System of*

Şekil 10: Sınırlı arenada  $t = T$  anında grup sayısı sonuçları.

Şekil 11: Strateji 1



Şekil 12: Strateji 2



Şekil 13: Strateji 3

*Self-Driven Particles*, Physical Review Letters, Cilt 75, Sayı 6, sf. 1226-1229, Ağustos 1995

- [11] Jadbabaie, A. ve Lin, J. ve Morse, A. S., *Coordination of Groups of Mobile Autonomous Agents Using Nearest Neighbor Rules*, IEEE Transactions on Automatic Control, Cilt 48, Sayı 6, sf. 988-1001, Haziran 2003
- [12] Moreau, L., *Stability of Multiagent Systems With Time-Dependent Communication Links*, IEEE Trans. on Automatic Control, Cilt 50, Sayı 2, sf. 169-182, Şubat 2005
- [13] Ren, W., ve Beard, R. W., *Consensus Seeking in Multi-agent Systems Under Dynamically Changing Interaction Topologies*, IEEE Trans. on Automatic Control, Cilt 50, Sayı 5, sf. 655-661, Mayıs 2005
- [14] Tanner, H. G., ve Jadbabaie, A., ve Pappas, G. J., *Stable Flocking of Mobile Agents, Part I: Fixed Topology*, Proc. Conf. Decision Contr., sf. 2010-2015, Maui, Hawaii, Aralık 2003
- [15] Tanner, H. G., ve Jadbabaie, A., ve Pappas, G. J., *Stable Flocking of Mobile Agents, Part II: Dynamic Topology*, Proc.

Conf. Decision Contr., sf. 2016-2021, Maui, Hawaii, Aralık 2003

- [16] Tanner, H. G., ve Jadbabaie, A., ve Pappas, G. J., *Flocking in Teams of Nonholonomic Agents*, S. Morse, N. Leonard ve V. Kumar (eds.), Cooperative Control, LNCIS, Springer, Cilt 309, sf. 229-239, Ağustos 2002
- [17] Olfati-Saber, R., *Flocking for Multi-Agent Dynamic Systems: Algorithms and Theory*, IEEE Trans. on Automatic Control, Cilt 51, Sayı 3, sf. 401-420, Mart 2006
- [18] Şamiloğlu, A. T. ve Gazi, V. ve Koku, A. B., *Effects of Asynchronism and Neighborhood Size on Clustering in Self-Propelled Particle Systems*, A. Levi and et al. (Edt.), IS-CIS06, LNCS 4263, Springer Verlag, Berlin Heidelberg, sf. 665-676, Kasım 2006
- [19] Şamiloğlu, A. T. ve Gazi, V. ve Koku, A. B., *Asynchronous Cyclic Pursuit*, S. Nolfi et al. (Edt), SAB06, LNAI 4095, Springer Verlag, Berlin Heidelberg, sf. 667-678, Eylül 2006